



2013年薬学部第3問

3 4点  $O(0, 0)$ ,  $A(5, 0)$ ,  $B(5, 4)$ ,  $C(0, 4)$  を頂点とする長方形  $OABC$  の辺  $AB$ ,  $BC$  上にそれぞれ点  $P(5, m)$ ,  $Q(n, 4)$  がある。また,  $\angle POQ = 45^\circ$ ,  $\angle AOP = \theta$  とする。

(1)  $\tan \theta$  を  $m$  で表すと  $\tan \theta = \frac{m}{\text{ア}}$  である。  $\tan(\theta + 45^\circ)$  を  $n$  で表すと  $\tan(\theta + 45^\circ) = \frac{\text{イ}}{n}$  である。

(2) (1)の結果を利用して,  $m$  を  $n$  で表すと,  $m = \frac{\text{ウエ}}{n+4} - \text{オ}$  である。また,  $n$  の値の範囲は  $\frac{\text{カ}}{\text{キ}} \leq n \leq \text{ク}$  である。

(3)  $\triangle OPQ$  の面積を  $S$  とするとき,  $S$  を  $n$  で表すと

$$\begin{aligned} S &= \text{ケコ} - \frac{\text{サシ}n}{n+4} + \frac{\text{ス}}{2}n \\ &= \frac{\text{セ}}{2}(n+4) - \frac{\text{ソタ}(n+4) - \text{チツ}}{n+4} \\ &= \frac{\text{セ}}{2}(n+4) + \frac{\text{チツ}}{n+4} - \text{ソタ} \text{ となる。} \end{aligned}$$

したがって,  $S$  の最小値は  $\text{テト}(\sqrt{\text{ナ}} - 1)$  となり, そのとき,  $n = \text{ニ}(\sqrt{\text{ヌ}} - 1)$  である。