2012年 理工学部 第3問

$\boxed{3}$ 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の成分は，$a + d - 1 = ad - bc$ を満たすとする．また，数列 x_0，x_1，x_2，$\cdots$ と y_0，y_1，y_2，$\cdots$ は

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たすとする．座標平面上の点 $(x_n,\ y_n)$ を P_n と表し，O は原点とする．点 O，P_0，P_1 は同一直線上にはないと仮定し，$g = ad - bc$ とおく．以下の $\boxed{}$ にあてはまるものを，g，n を用いて表せ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}_2} = \left(\boxed{\text{え}}\right)\overrightarrow{\mathrm{OP}_1} + \left(\boxed{\text{お}}\right)\overrightarrow{\mathrm{OP}_0}$ である．

(2) $g \neq 1$ のとき

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}_n} = \frac{\boxed{\text{か}}}{1-g}\overrightarrow{\mathrm{OP}_1} + \frac{\boxed{\text{き}}}{1-g}\overrightarrow{\mathrm{OP}_0} \quad (n = 2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$$

である．

(3) $|g| < 1$ のとき

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \boxed{\text{く}}\,x_1 + \boxed{\text{け}}\,x_0$$
$$\lim_{n\to\infty} y_n = \boxed{\text{く}}\,y_1 + \boxed{\text{け}}\,y_0$$

である．

(4) $0 < g < 1$ とする．点 $\left(\lim_{n\to\infty} x_n,\ \lim_{n\to\infty} y_n\right)$ は線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_0$ を $\boxed{\text{こ}}$: 1 に外分する．