

2014年 医学部 第1問

1 以下の各問いに答えよ。

- (1) a は実数とする。極限 $\lim_{x \rightarrow +0} \int_x^2 t^a dt$ を調べよ。
- (2) α, β ($0 < \alpha \leq \beta < \frac{\pi}{2}$) が $\tan \alpha \tan \beta = 1$ を満たすとき、 $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ であることを示せ。
- (3) 点 $P(x, y)$ が楕円 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ の上を動くとき、 $3x^2 - 16xy - 12y^2$ の値が最大になる点 P の座標を求めよ。
- (4) 公正なサイコロを2回振り、1回目に出た目を a 、2回目に出た目を b とする。また、公正なコインを1回投げ、表が出たら $c = 1$ 、裏が出たら $c = -1$ とする。O を原点とする座標平面上の2点 A, B を $A(a, b)$, $B(b, ca)$ と定める。次の問いに答えよ。
- (i) \vec{OA} と \vec{OB} が垂直になる確率を求めよ。
- (ii) \vec{OA} と \vec{OB} が平行になる確率を求めよ。
- (iii) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ の期待値を求めよ。
- (iv) $\triangle OAB$ の面積の期待値を求めよ。ただし、 \vec{OA} と \vec{OB} が平行になるときは面積を0とする。