

2016年商学部第5問



5 2曲線 $y = e^x - 1$, $y = e^{-x} + \frac{1}{2}$ と y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ.

$y = e^x - 1$ のグラフは $y = e^x$ のグラフを y 軸方向に -1 移動したもので

$y = e^{-x} + \frac{1}{2}$ のグラフは $y = e^x$ のグラフを y 軸に関して対称移動し、

さらに、 y 軸方向に $\frac{1}{2}$ 移動したものであるため、グラフは右図のようになる。

$e^x - 1 - (e^{-x} + \frac{1}{2}) = 0$ を解くと、

$$(e^x)^2 - \frac{3}{2}e^x - 1 = 0 \quad (\text{両辺に } e^x \text{ をかけた})$$

$$\therefore e^x = 2, -\frac{1}{2} \quad (\text{解の公式より})$$

$$e^x > 0 \text{ より, } e^x = 2 \text{ より, } x = \log 2$$

\therefore 交点は $(\log 2, 1)$ となる。

$$\therefore S = \int_0^{\log 2} e^{-x} + \frac{1}{2} - (e^x - 1) dx$$

$$= [-e^{-x} - e^x + \frac{3}{2}x]_0^{\log 2}$$

$$= -\frac{1}{2} - 2 + \frac{3}{2} \log 2 - (-1 - 1)$$

$$= \underline{\underline{\frac{3}{2} \log 2 - \frac{1}{2}}}}$$

