



2010年理工第1問

1 以下の問いに答えなさい。

(1) 自然数 n に対して、 $S(n) = \sum_{k=1}^{12n+3} k^2$, $T(n) = \sum_{k=1}^{12n+3} (2k-1)$ とおくととき $S(n) - T(n)$ が正の奇数となることを証明しなさい。

(2) 関数 $f(x)$ が次の関係を満たすものとする。

$$\int_{-u}^0 t \left\{ \frac{d}{dt} f(t+u) \right\} dt = -e^{-u} \cos u + uf(0) - u + 1$$

このとき、 $z = t + u$ という置き換えを利用して $\int_0^u f(z) dz$ を求めなさい。

(3) 整式 $P_1(x)$ は、 $x^2 - (a+1)x + a$ で割ると $2x + b$ 余り、整式 $P_2(x)$ は、 $x^2 - (b-2)x - 2b$ で割ると $x - a$ 余る。 $P_1(a) = 2P_2(b)$ のとき、 a と b の関係を求めなさい。