



2010年理工第1問

1 以下の問いに答えなさい。

(1) 自然数  $n$  に対して,  $S(n) = \sum_{k=1}^{12n+3} k^2$ ,  $T(n) = \sum_{k=1}^{12n+3} (2k-1)$  とおくととき  $S(n) - T(n)$  が正の奇数となることを証明しなさい。

(2) 関数  $f(x)$  が次の関係を満たすものとする。

$$\int_{-u}^0 t \left\{ \frac{d}{dt} f(t+u) \right\} dt = -e^{-u} \cos u + u f(0) - u + 1$$

このとき,  $z = t + u$  という置き換えを利用して  $\int_0^u f(z) dz$  を求めなさい。

(3) 整式  $P_1(x)$  は,  $x^2 - (a+1)x + a$  で割ると  $2x + b$  余り, 整式  $P_2(x)$  は,  $x^2 - (b-2)x - 2b$  で割ると  $x - a$  余る.  $P_1(a) = 2P_2(b)$  のとき,  $a$  と  $b$  の関係を求めなさい。