

2011年 初等教育 第3問

3 正四面体は、4つの面が全て合同な正三角形からなる四面体である。下図のような1辺の長さが1である正四面体OABCを考える。OA, BCの中点をそれぞれD, Eとする。

$$\vec{a} = \vec{OA}, \quad \vec{b} = \vec{OB}, \quad \vec{c} = \vec{OC}, \quad \vec{d} = \vec{DE}$$

とおく。次の問いに答えよ。

- (1)  $\vec{d}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  で表せ。
- (2)  $t$  を実数とし、F, G を  $\vec{OF} = t\vec{d}$ ,  $\vec{AG} = (2-t)\vec{d}$  を満たす点とする。  $\vec{FG}$  を  $t$ ,  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  で表せ。また、 $\vec{BC}$  と  $\vec{FG}$  の内積  $\vec{BC} \cdot \vec{FG}$  を求めよ。
- (3) E は線分 FG の中点であることを示せ。
- (4) 四角形 BFCG の面積の最小値と、そのときの  $t$  の値を求めよ。