長崎大学

2015年 経済・水産・環境科学部 第1問

1 2つの放物線

$$C_1 : y = x^2, \quad C_2 : y = x^2 - 2ax + 2a^2$$

を考える．ただし，$a > 0$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) 放物線 C_2 の頂点の座標を a を用いて表せ．

(2) 2つの放物線 C_1，C_2 の共通接線を ℓ とし，C_1 と ℓ との接点の x 座標を p，C_2 と ℓ との接点の x 座標を q とする．p と q の値および ℓ の方程式を，それぞれ a を用いて表せ．

(3) 放物線 C_1，C_2 および接線 ℓ によって囲まれた図形の面積を S_1 とする．S_1 を a を用いて表せ．

(4) 点 $\left(-\dfrac{a}{2},\ \dfrac{a^2}{4}\right)$ における C_1 の接線を m とする．このとき，m の方程式を a を用いて表せ．また，m と接線 ℓ との交点の x 座標を求めよ．

(5) 放物線 C_1 および接線 ℓ，m によって囲まれた図形の面積を S_2 とする．S_2 を a を用いて表せ．さらに，$\dfrac{S_2}{S_1}$ の値を求めよ．