

2014年 国際文理（環境科学）第3問

3 関数 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) のグラフを考える. 点 A, B, C は x 軸上にあり, その x 座標はそれぞれ $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$ である. また, AB の中点を M , BC の中点を N とする. これらの点に対して, 点 A', M', B', N', C' はグラフ上にあり, その x 座標は A, M, B, N, C のそれと同一である. また, 点 P は $A'A$ 上に, 点 Q は $B'B$ 上にあり, PQ は点 M' で $y = \frac{1}{x}$ と接する. 点 R は $B'B$ 上に, 点 S は $C'C$ 上にあり, RS は点 N' で $y = \frac{1}{x}$ と接している. 以下の問に答えなさい.

- (1) 台形 $AA'B'B$ の面積, 台形 $BB'C'C$ の面積をそれぞれ求めなさい.
- (2) 台形 $APQB$ の面積, 台形 $BRSC$ の面積をそれぞれ求めなさい.
- (3) 定積分 $\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{1}{x} dx$ と (1) の 2 つの台形の面積の和, および (2) の 2 つの台形の面積の和を比較することにより, 次の不等式を証明しなさい.

$$\frac{16}{15} < \log 3 < \frac{7}{6}$$

