

2013年医学部第4問

4 関数 $f(x) = x \cos x - \sin x$ を区間 $I: \pi \leq x \leq 3\pi$ で考える.

(1) 不定積分 $\int f(x) dx$ を求めよ.

(2) 区間 I における関数 $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ. 区間 I において $f(x) = 0$ をみたす2点を $x = s, t$ とする. ただし $s < t$ とする.

(3) s と t は, それぞれ次の4つの区間

$$\pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi, \quad \frac{3}{2}\pi \leq x \leq 2\pi,$$

$$2\pi \leq x \leq \frac{5}{2}\pi, \quad \frac{5}{2}\pi \leq x \leq 3\pi$$

のどれに入るか.

(4) x 軸の $4\pi - t \leq x \leq 2\pi$ の部分, 直線 $x = 4\pi - t$, 直線 $x = 2\pi$ および $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積を S とする. また, x 軸の $2\pi \leq x \leq t$ の部分, $x = 2\pi$ および $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積を T とする. このとき S と T の大小を比較せよ.