2010年 商学部 第4問

$\boxed{4}$ 関数 $f(x)$ が，次の（ｉ），（ii）を満たしている．

（ｉ）$f(0) \neq 0$ である．

（ii）すべての実数 $x$，$y$ に対して，$f(x)+f(y)=2f\left(\dfrac{x+y}{2}\right)\times f\left(\dfrac{x-y}{2}\right)$ が成立する．

$f(p)=f(q)$ のとき，次の (1)〜(3) に答えよ．

(1) $f(0)=1$ を示せ．

(2) $f(p+q)+f(p-q)$ を $f(p)$ を用いて表せ．

(3) $f(p+q)=1$ または $f(p-q)=1$ が成立することを示せ．