0002057632497999

金沢工業大学

2015年 理系1 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1=1,\quad a_{n+1}=1+8n+\sum_{k=1}^{n}a_k\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で定める．

(1) $a_{n+1}=\boxed{ス}\,a_n+\boxed{セ}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ である．

(2) $a_n=\boxed{ソ}\cdot\boxed{タ}^{\,n-1}-\boxed{チ}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ である．

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k=\boxed{ツ}\cdot\boxed{テ}^{\,n}-\boxed{ト}\,n-\boxed{ナ}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ である．

ス: 2, セ: 8, ソ: 9, タ: 2, チ: 8, ツ: 9, テ: 2, ト: 8, ナ: 9

(1) $a_{n+1}=1+8n+\sum_{k=1}^{n}a_k\ (n=1,2,3,\cdots)\cdots①$ より,

$a_n=1+8(n-1)+\sum_{k=1}^{n-1}a_k\ (n=2,3,4,\cdots)\cdots②$

①−② より, $n\geqq2$ のとき,

$a_{n+1}-a_n=8+a_n$ $\quad\therefore a_{n+1}=2a_n+8\ (n\geqq2)\cdots③$

① に $n=1$ を代入すると, $a_2=a_1+9=10$ これは ③ に含めることができるので,

$\underline{a_{n+1}=2a_n+8\ (n=1,2,3,\cdots)}$ //

(2) (1)より, $a_{n+1}+8=2(a_n+8)$

∴ 数列 $\{a_n+8\}$ は初項 $a_1+8=9$, 公比 2 の等比数列

$\therefore a_n+8=9\cdot2^{n-1}$ $\quad\therefore \underline{a_n=9\cdot2^{n-1}-8\ (n=1,2,3,\cdots)}$ //

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}(9\cdot2^{k-1}-8)$

$\displaystyle=9\cdot\frac{1-2^n}{1-2}-8n$

$=9\cdot(2^n-1)-8n$

$=\underline{9\cdot2^n-8n-9\ (n=1,2,3,\cdots)}$ //