0001524635748999

福岡大学

2013年 理系 第4問

$\boxed{4}$ $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=1$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$ とする．$\overrightarrow{OA}=\vec{a}+\sqrt{t}\vec{b}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{a}-\sqrt{t}\vec{b}$ $(t>0)$とするとき，∠AOBが鋭角となるようなtの値の範囲は $\boxed{}$ であり，∠AOB $=60°$ となるようなtの値は $\boxed{}$ である．

$0<t<4$　　$t=\frac{8}{3}$

∠AOB が鋭角 $\iff \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}>0$

$\therefore\ \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=|\vec{a}|^2-t|\vec{b}|^2$

$=4-t$

$\therefore\ 4-t>0$ より $\underline{0<t<4}$ //

$|\overrightarrow{OA}|^2=|\vec{a}|^2+t|\vec{b}|^2+2\sqrt{t}\,\vec{a}\cdot\vec{b}$

$=4+t+\sqrt{14t}$

$|\overrightarrow{OB}|^2=|\vec{a}|^2+t|\vec{b}|^2-2\sqrt{t}\,\vec{a}\cdot\vec{b}$

$=4+t-\sqrt{14t}$

$\therefore\ |\overrightarrow{OA}|=\sqrt{4+t+\sqrt{14t}}$, $|\overrightarrow{OB}|=\sqrt{4+t-\sqrt{14t}}$

$\therefore\ \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|\cdot\cos 60°$

$=\sqrt{(4+t)^2-14t}\cdot\frac{1}{2}$

$\therefore\ \frac{1}{2}\sqrt{t^2-6t+16}=4-t$

両辺2乗して. $\frac{1}{4}(t^2-6t+16)=t^2-8t+16$

$t^2-6t+16=4t^2-32t+64$

$(3t-8)(t-6)=0$

$0<t<4$ より $\underline{t=\frac{8}{3}}$ //