0002001278997999

琉球大学

2015年 理系 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) $F(x)=\int_x^{2x} e^t\,dt$ とするとき，$F(1)$ および $F'(x)$ を求めよ．

(2) 関数 $f(x)$，$g(x)$ が，

$$\begin{cases} f(x)+\int_0^x g(t)\,dt = 2\sin x - 3 & \cdots ① \\ f'(x)g(x)=\cos^2 x & \cdots ② \end{cases}$$

を満たすとき，$f(x)$，$g(x)$ を求めよ．

(1) $F(x) = \left[e^t\right]_x^{2x} = e^{2x} - e^x$

$\therefore \underline{F(1) = e^2 - e,\ F'(x) = 2e^{2x} - e^x}$ //

(2) ① 式の両辺を x で微分すると．

$f'(x) + g(x) = 2\cos x \quad \therefore f'(x) = 2\cos x - g(x)$

これを ② 式に代入して．

$(2\cos x - g(x)) \cdot g(x) = \cos^2 x$

$\therefore \{g(x)\}^2 - 2g(x)\cos x + \cos^2 x = 0$

$\therefore \{g(x) - \cos x\}^2 = 0$

これは．恒等式であるから．$\underline{g(x) = \cos x}$ //

このとき．$f'(x) = 2\cos x - g(x)$ より $f'(x) = \cos x$

$\therefore f(x) = \sin x + C$ （C：定数）と表せる．

ここで ① 式に $x = 0$ を代入すると．$f(0) = -3$

$\therefore C = -3$ となり．$\underline{f(x) = \sin x - 3}$ //