



2016年医(医)・歯・薬第2問

2 $\triangle OAB$ において、次のように6点 P, P', Q, Q', R, R' を定める。辺 OA を $p:(1-p)$ に内分する点を P , $p:(1-p)$ に外分する点を P' とする。同様に、辺 AB を $q:(1-q)$ に内分する点を Q , 外分する点を Q' とし、辺 BO を $r:(1-r)$ に内分する点を R , 外分する点を R' とする。ただし、 $0 < p < 1$, $0 < q < 1$, $0 < r < 1$ かつ $p \neq \frac{1}{2}$, $q \neq \frac{1}{2}$, $r \neq \frac{1}{2}$ とする。

- (1) $\triangle OAB$ の重心と $\triangle PQR$ の重心が一致するとき、 $p:q:r$ を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{P'Q'}$ と $\overrightarrow{P'R'}$ が平行でないとする。 $\triangle OAB$ の重心と $\triangle P'Q'R'$ の重心が一致するとき、 $\triangle OAB$ の重心と $\triangle PQR$ の重心が一致することを示せ。
- (3) $\overrightarrow{P'Q'}$ と $\overrightarrow{P'R'}$ が平行であるとき、 $2pqr + p + q + r = pq + qr + rp + 1$ が成り立つことを示せ。