

2011年 医学部 第1問

1 0以上の任意の整数 i に対して、 x の i 次式 $g_i(x)$ を $i = 0$ のとき $g_0(x) = 1$, $i \geq 1$ のとき $g_i(x) = \frac{x(x+1)\cdots(x+i-1)}{i!}$ と定義する.

- (1) $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ (但し $a_n \neq 0$) を x に関する実数係数の n (≥ 0) 次式とする. このとき, 等式 $f(x) = \sum_{i=0}^n c_i g_i(x)$ が任意の実数 x について成り立つような実数 c_i ($0 \leq i \leq n$, 但し $c_n \neq 0$) が一意的に存在することを証明せよ.
- (2) (1)において, $n > 0$ のとき等式 $f(x) - f(x-1) = \sum_{i=1}^n c_i g_{i-1}(x)$ が成り立つことを証明せよ.
- (3) $F(x)$ ($\neq 0$) を x に関する実数係数の n (≥ 0) 次式とし, 任意の整数 a に対して $F(a)$ が整数であると仮定する. このとき, 等式 $F(x) = \sum_{i=0}^n d_i g_i(x)$ が任意の実数 x について成り立つような整数 d_i ($0 \leq i \leq n$, 但し $d_n \neq 0$) が一意的に存在することを証明せよ.