

熊本大学

2016年理系第2問

2

 自然数 a に対して

$$S(a) = \sum_{k=1}^a \frac{1}{\sqrt{k+1} + \sqrt{k}}$$

とおく。以下の問いに答えよ。

- (1) 和 $S(a)$ を求めよ。
- (2) $S(a)$ が整数となる自然数 a を小さい順に並べた数列を

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

とする。一般項 a_n を求めよ。

- (3) (2) の数列 $\{a_n\}$ について、 a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を 4 で割った余りは 0 か 3 であることを示せ。
- (4) (2) の数列 $\{a_n\}$ と自然数 N に対して和 $\sum_{n=1}^N \frac{1}{a_n}$ を求めよ。