福井大学

2011 年 工学部 第 4 問

4 関数 $f_n(x)$ $(n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ は次の条件を満たしている．

(i) $f_0(x) = e^x$, (ii) $f_n(x) = \displaystyle\int_0^x (n+t) f_{n-1}(t)\, dt$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

このとき以下の問いに答えよ．

(1) $f_1(x)$, $f_2(x)$ を求めよ．

(2) $f_n(x)$ の具体的な形を推測し，その結果を数学的帰納法で証明せよ．