

2013年第7問

7 2つの実数 a, b は $|2a| - 2 < b < 2$ をみたしている。このとき、 x の4次方程式

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0 \quad \dots\dots(*)$$

を考える。

- (1) $x \neq 0$ とする。 $z = x + \frac{1}{x}$ とおくと、方程式(*)を z で表せ。
- (2) (1) で求めた z の方程式の解は、すべて絶対値が2以下の実数であることを示せ。
- (3) 複素数 $\alpha = p + qi$ (p, q は実数) に対し、 $\sqrt{p^2 + q^2}$ を複素数 α の「大きさ」ということにする。ただし i は虚数単位を表す。このとき、4次方程式(*)の解はすべて虚数で、それらの大きさはすべて1であることを示せ。