2014年 理系 第3問

$\boxed{3}$ a, b を正の定数とし，関数

$$f(x)=\frac{1}{e^{\frac{x-a}{b}}+2}\quad (x>0)$$

を考える．

(1) $x>a$ のとき，$\displaystyle\lim_{b\to+0}f(x)=\boxed{\text{ア}}$ であり，$x<a$ のとき，$\displaystyle\lim_{b\to+0}f(x)=\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である．

(2) 曲線 $y=f(x)$ の点 $(a,\ f(a))$ における接線の方程式は，$y=\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}\,b}x+\dfrac{a+\boxed{\text{キ}}\,b}{\boxed{\text{ク}}\,b}$ である．

(3) $b=\dfrac{1}{3}$ とする．$t=e^{3(x-a)}$ とおくと，$\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{1}{\boxed{\text{ケ}}\,t}$ であり，正の定数 c に対して，

$$\int_a^{a+c}f(x)\,dx=\frac{1}{\boxed{\text{コ}}}\log\left(\frac{\boxed{\text{サ}}\,e^{3c}}{e^{3c}+\boxed{\text{シ}}}\right)$$

となる．また，正の定数 p, q が，$\displaystyle\int_{a-q}^{a+p}f(x)\,dx=\frac{4}{3}p$ を満たすとき，

$$q=\frac{1}{\boxed{\text{ス}}}\log\left(\frac{e^{\boxed{\text{セ}}\,p}+\boxed{\text{ソ}}\,e^{\boxed{\text{タ}}\,p}-1}{\boxed{\text{チ}}}\right)$$

となる．