



2016年 理学部・工学部 第4問

4 z_0 を虚数単位 i と異なる複素数とする. 複素数 z_n を

$$z_n = i + \frac{\sqrt{2}(z_{n-1} - i)(1 + i)}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める.

- (1) すべての自然数 n に対し $z_n \neq i$ であることを示せ.
- (2) $\frac{z_n - i}{z_{n-1} - i}$ の絶対値 r と偏角 θ を求めよ. ただし, θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする.
- (3) $z_m = z_0$ となる最小の自然数 m を求めよ.
- (4) 複素数平面上において z_n の表す点を P_n とする. (3) で求めた m に対し m 本の線分 $P_0P_1, P_1P_2, \dots, P_{m-1}P_m$ で囲まれる図形の面積を S とする. $z_0 = 1 - i$ のとき S の値を求めよ.