



2013年 理学部・工学部 第4問

4 行列  $\begin{pmatrix} \frac{5}{2} & -\frac{1}{4} \\ a & b \end{pmatrix}$  で表される1次変換を  $f$  とする.  $f$  は3点  $A(1, m)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(m, -1)$  に対して, 次の2つの条件①, ②を満たすものとする. ただし,  $O$  は原点である.

①  $A$  の  $f$  による像は  $A$  自身である

②  $B$  の  $f$  による像を  $B'$  とすると,  $\overrightarrow{BB'}$  と  $\overrightarrow{OC}$  は垂直である

(1)  $a, b, m$  の値を求めよ.

(2)  $P(x, y)$  を任意の点とし,  $P$  の  $f$  による像を  $P'$  とする.  $\overrightarrow{PP'}$  と  $\overrightarrow{OC}$  の内積を求めよ.

(3) 点  $Q(t, t^2 - 1)$  の  $f$  による像を  $Q'$  とする.  $|\overrightarrow{QQ'}|$  の値が最小となる実数  $t$  の値を求めよ.