愛媛大学

2011年 医学部 第2問

$\boxed{2}$ 単位行列 E と行列 $A=\dfrac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$ について，次の問いに答えよ．

(1) $A^2=pE+qA$ となる実数 p，q の値を求めよ．

(2) 自然数 n に対して，関係式

$$E+A+A^2+\cdots+A^{2n-1}+A^{2n}=x_nE+y_nA$$

をみたす実数 x_n，y_n を，n を用いて表せ．

(3) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}x_n$，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}y_n$ を求めよ．

(4) 実数 x，y をそれぞれ $x=\displaystyle\lim_{n\to\infty}x_n$，$y=\displaystyle\lim_{n\to\infty}y_n$ で定めるとき

$$xE+yA=(E-A)^{-1}$$

であることを示せ．