

2015年工学域(中期)第4問

4 座標平面上に、原点  $O$  および 2 点  $A(2, 1)$ ,  $B(0, -1)$  がある。原点  $O$  を通り、 $\vec{u} = (2, -1)$  を方向ベクトルとする直線を  $l$  とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$  とおき、 $s, t$  を実数として、 $\vec{OP} = \vec{a} + s\vec{u}$  で与えられる点  $P$  および  $\vec{OQ} = \vec{b} + t\vec{u}$  で与えられる点  $Q$  を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\vec{u}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  を用いて表せ。
- (2)  $\angle POQ$  が直角となる  $s, t$  の条件を求めよ。
- (3) 直線  $PQ$  と直線  $l$  の交点を  $R$  とし、実数  $k$  を用いて、 $\vec{OR} = k\vec{u}$  とする。このとき、 $k$  を  $s, t$  を用いて表せ。
- (4)  $\angle POQ$  が直角となる条件のもと、三角形  $POQ$  の面積  $F$  が最小となるときの  $k$  の値を求めよ。