

2014年 理工学部 第4問

4 O を原点とする座標平面において、曲線 $C_1 : y = \log x + \log t$ と曲線 $C_2 : y = ax^2$ を考える。ただし a と t は正の実数である。曲線 C_1 と C_2 は共有点 P を持ち、また、 P における C_1 と C_2 の接線が一致するものとする。次の問いに答えよ。

- (1) P の x 座標を x_0 とする。 x_0, a, t の間に成立する関係式を書け。
- (2) x_0 と a をそれぞれ t を用いて表せ。
- (3) P における C_2 の法線を l とする。また、 l と x 軸の交点を Q 、 l と y 軸の交点を R とする。 $\triangle OQR$ の面積 $S(t)$ を求め、また、 $S(t)$ を最小とする t の値を求めよ。
- (4) t が (3) で求めた値のとき、曲線 C_1, C_2 と x 軸が囲む図形の面積を求めよ。