

2015年 文学部・経済学部 第1問

1枚目 / 2枚

数理
石井K1 次の に適する数または式を記入せよ。

(1) 整式 $P(x)$ は $(x-2)(x+3)$ で割ると余りは $5x-2$ であり, $(x-2)(x-3)$ で割ると余りは $-x+10$ である。このとき, $P(x)$ を $(x+3)(x-3)$ で割ると余りは (ア) x + (イ) である。 $6n(n-5)$

(2) 初項が $a_1 = -24$ で公差が 12 の等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n は $S_n =$ ウ である。また, 数列 $\{b_n\}$ の初項 b_1 から第 n 項までの和 T_n が $T_n = 5^n - 1$ のとき, 一般項は $b_n =$ エ である。このとき, 初項が $c_1 = -1$ で漸化式 $4 \cdot 5^{n-1}$

$$c_{n+1} = c_n + S_n - b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定まる数列 $\{c_n\}$ の一般項は $c_n =$ オ である。
 $2n(n-1)(n-8) - 5^{n-1}$

(3) 曲線 $C: y = |x^2 - 4x - 5|$ と直線 $l: y = k$ の共有点の個数は 3 個である。このとき, 実数 k の値は $72(\sqrt{2}-1)$
9 $k =$ カ であり, 直線 l と曲線 C で囲まれた図形の面積は キ である。 $\frac{61}{216}$

(4) 1 個のサイコロを 3 回投げる。出た目の最大値が 5 となる確率は ク である。出た目の最大値が 5, かつ最小値が 1 となる確率は ケ である。3 つの出た目の積が 2 の倍数であり, かつ 3 の倍数でない確率は コ である。 $\frac{1}{9}$

 $\frac{7}{27}$

$$(1) P(x) = (x-2)(x+3)Q(x) + 5x-2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$P(x) = (x-2)(x-3)R(x) - x+10 \quad \dots \textcircled{2} \text{ であり,}$$

$$P(x) = (x+3)(x-3)S(x) + ax+b \quad \dots \textcircled{3} \text{ とおくと,}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{3} \text{ より, } P(-3) = -3a+b = -17 \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ より, } P(3) = 3a+b = 7 \quad \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ より, } a=4, b=-5 \quad \therefore \underline{\text{余りは } 4x-5}$$

$$(2) S_n = \frac{n}{2} \{-24 \cdot 2 + (n-1) \cdot 12\} = \underline{6n(n-5)}$$

$$\begin{aligned} n \geq 2 \text{ のとき, } b_n &= T_n - T_{n-1} \\ &= 5^n - 1 - (5^{n-1} - 1) \\ &= 4 \cdot 5^{n-1} \end{aligned}$$

$$b_1 = T_1 = 4 \text{ であるから, これは } n=1 \text{ のときも成り立つ } \therefore \underline{b_n = 4 \cdot 5^{n-1}}$$

$$c_{n+1} - c_n = 6n^2 - 30n - 4 \cdot 5^{n-1}$$

$$\therefore n \geq 2 \text{ のとき, } c_n = c_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (6k^2 - 30k - 4 \cdot 5^{k-1})$$

$$= -1 + (n-1) \cdot n \cdot (2n-1) - 15(n-1)n - 4 \cdot \frac{1-5^{n-1}}{1-5} = \underline{2n(n-1)(n-8) - 5^{n-1}}$$

これは $n=1$ のときも成り立つ。

2015年 文学部・経済学部 第1問

2枚目 / 2枚

数理
石井K

1 次の に適する数または式を記入せよ。

(1) 整式 $P(x)$ は $(x-2)(x+3)$ で割ると余りは $5x-2$ であり, $(x-2)(x-3)$ で割ると余りは $-x+10$ である. このとき, $P(x)$ を $(x+3)(x-3)$ で割ると余りは $(\text{ア})x + (\text{イ})$ である.

(2) 初項が $a_1 = -24$ で公差が 12 の等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n は $S_n = \text{ウ}$ である. また, 数列 $\{b_n\}$ の初項 b_1 から第 n 項までの和 T_n が $T_n = 5^n - 1$ のとき, 一般項は $b_n = \text{エ}$ である. このとき, 初項が $c_1 = -1$ で漸化式

$$c_{n+1} = c_n + S_n - b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定まる数列 $\{c_n\}$ の一般項は $c_n = \text{オ}$ である.

(3) 曲線 $C: y = |x^2 - 4x - 5|$ と直線 $l: y = k$ の共有点の個数は 3 個である. このとき, 実数 k の値は $k = \text{カ}$ であり, 直線 l と曲線 C で囲まれた図形の面積は キ である.


(4) 1 個のサイコロを 3 回投げる. 出た目の最大値が 5 となる確率は ク である. 出た目の最大値が 5, かつ最小値が 1 となる確率は ケ である. 3 つの出た目の積が 2 の倍数であり, かつ 3 の倍数でない確率は コ である.

(3) $C: y = |(x-5)(x+1)|$ であるから,

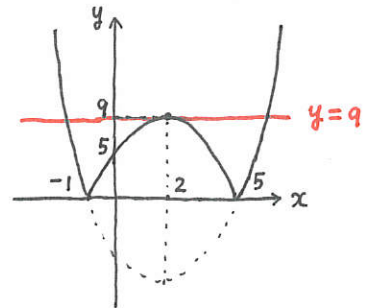
$$C: y = \begin{cases} x^2 - 4x - 5 & (x \leq -1, 5 \leq x \text{ のとき}) \\ -x^2 + 4x + 5 & (-1 < x < 5 \text{ のとき}) \end{cases}$$

∴ グラフは右のようになり, C と l が共有点を 3 個もつとき,

$$\underline{k = 9} \quad \text{共有点は } (2, 9), (2-3\sqrt{2}, 9), (2+3\sqrt{2}, 9)$$

このとき, $S =$  より,

$$\begin{aligned} S &= \int_{2-3\sqrt{2}}^{2+3\sqrt{2}} 9 - (x^2 - 4x - 5) dx - 2 \int_{-1}^5 -x^2 + 4x + 5 dx \\ &= - \int_{2-3\sqrt{2}}^{2+3\sqrt{2}} \{x - (2+3\sqrt{2})\} \{x - (2-3\sqrt{2})\} dx + 2 \int_{-1}^5 (x+1)(x-5) dx \\ &= \frac{1}{6} \{2+3\sqrt{2} - (2-3\sqrt{2})\}^3 - \frac{1}{3} \{5 - (-1)\}^3 \\ &= \underline{72(\sqrt{2}-1)} \end{aligned}$$



$$x^2 - 4x - 5 = 9 \text{ より}$$

$$(x-2)^2 = 18$$

$$\therefore x = 2 \pm 3\sqrt{2}$$

(4) 最大値が 5 $\dots \left(\frac{5}{6}\right)^3 - \left(\frac{4}{6}\right)^3 = \frac{61}{216}$ 5以下 4以下 最大値が 5, 最小値が 1 $\dots \{1, 1, 5\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{1, 5, 5\}$

積が 2 の倍数かつ 3 の倍数でない $\dots \left(\frac{4}{6}\right)^3 - \left(\frac{2}{6}\right)^3 = \frac{7}{27}$ 3の倍数でない 2の倍数でも3の倍数でもない

3通り 6通り 6通り

6通り 3通り

$$\therefore \frac{24}{6^3} = \frac{1}{9}$$