

2013年 理工学部 第1問

1 次の  に適する数または式を記入せよ。

- (1) 行列  $A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & -\cos \alpha \end{pmatrix}$  と  $B = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ \sin \beta & -\cos \beta \end{pmatrix}$  ( $0 < \beta < \alpha < 2\pi$ ) の積  $AB$  の (1, 1) 成分は  $\theta = \alpha - \beta$  を用いて表すと  となり, (1, 2) 成分は  $\theta$  を用いて表すと  となる. ここで点  $P_1(\sqrt{2}, \sqrt{2})$  が  $AB$  で表される 1 次変換によって点  $P_2\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\right)$  に移るとすると  $\theta =$   となる. このとき,  $(AB)^{25}$  で表される 1 次変換によって点  $P_1$  が移る点の  $x$  座標は  となり,  $((AB)^{-1})^{2013}$  で点  $P_1$  が移る点の  $x$  座標は  となる.
- (2) 関数  $f(x) = (ax^2 + bx)e^{-x^2}$  は  $x = \frac{1}{2}$  で極大値 1 をとるとする. このとき,  $a =$  ,  $b =$   であり,  $f(x) > 0$  を満たす範囲は  $0 < x <$   となる. この区間で関数  $g(x) = \log f(x)$  を考える. 曲線  $C: y = g(x)$  の点  $\left(1, -\frac{3}{4}\right)$  における接線の方程式は  $y =$   となり, 曲線  $C$  と直線  $y = k$  が共有点をもたない  $k$  の値の範囲は  となる.