0002081548197999

獨協医科大学

2015年 医学部 第4問

$\boxed{4}$ xy 平面上に直線 $\ell : y = \dfrac{1}{2}x$ がある．自然数 n に対して，この平面上に，正方形 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n\mathrm{D}_n$ を次のように定める．

$$\begin{cases} \mathrm{A}_1\left(\dfrac{1}{3},\ 0\right) \\ \text{正方形の頂点は時計回りに } \mathrm{A}_n,\ \mathrm{B}_n,\ \mathrm{C}_n,\ \mathrm{D}_n \text{ とする．} \\ \text{頂点 } \mathrm{A}_n,\ \mathrm{D}_n \text{ は } x \text{ 軸上にあり，頂点 } \mathrm{B}_n \text{ は直線 } \ell \text{ 上にある．} \\ \text{頂点 } \mathrm{A}_n \text{ の } x \text{ 座標は頂点 } \mathrm{D}_n \text{ の } x \text{ 座標より小さい．} \\ \text{頂点 } \mathrm{D}_n \text{ を頂点 } \mathrm{A}_{n+1} \text{ とする．} \end{cases}$$

頂点 A_n の x 座標を x_n，正方形 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n\mathrm{D}_n$ の面積を S_n とする．

(1) 正方形 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n\mathrm{D}_n$ の1辺の長さは $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}x_n$ である．

また，正方形 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n\mathrm{D}_n$ の対角線の交点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}x_n,\ \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}x_n\right)$ であるから，すべての自然数 n に対して正方形 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n\mathrm{D}_n$ の対角線の交点は直線 $y = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}x$ 上にある．

(2) x_{n+1} を x_n で表すと $x_{n+1} = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}x_n$ である．よって $x_n = \dfrac{3^{\boxed{\text{サ}}}}{2^{\boxed{\text{シ}}}}$ である．ただし，$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ には，次の ①～⑥ の中から最も適切なものをそれぞれ一つ選ぶこと．

① $-n-1$　② $-n$　③ $n-2$　④ $n-1$　⑤ n　⑥ $n+1$

(3) $T_n = \sum_{k=1}^{n} S_k$ とおく．$T_n > 1$ となる最小の n は $\boxed{\text{ス}}$ である．