

2014年医学部第1問

1 次の問いに答えなさい。

(1)  $a$  を正の定数とし、 $x$  についての2つの不等式

$$\log_3(x+2a) + \log_3(x+3a) < \log_3 10ax \quad \dots\dots ①$$

$$\log_3(3x-4) + \log_3(3x+2) < 2\log_9(6x-5) + 1 \quad \dots\dots ②$$

を考える。

①の解は

$$\boxed{\text{ア}} a < x < \boxed{\text{イ}} a$$

である。

②の解は

$$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} < x < \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

①、②をとともに満たす実数  $x$  が存在するとき、 $a$  のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} < a < \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

(2) 放物線  $C: y = \frac{1}{2}x^2$  上に2点  $P, Q$  がある。  $P, Q$  の  $x$  座標をそれぞれ  $p, q$  としたとき、 $p, q$  は  $q < p$  を満たす整数で、 $p > 0$ 、 $p+q$  は正の偶数とする。

また、点  $P$  における放物線  $C$  の接線を  $l$ 、2点  $P, Q$  を通る直線を  $m$  とし、直線  $l, m$  が  $x$  軸の正の向きとなす角をそれぞれ  $\alpha, \beta$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ )、2直線  $l, m$  のなす角を  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) とする。  
 $p=5, q=1$  のとき

$$\tan \alpha = \boxed{\text{サ}}, \quad \tan \beta = \boxed{\text{シ}}$$

であり

$$\tan \theta = \frac{1}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

また、 $\tan \theta = \frac{1}{7}$  を満たす整数  $p, q$  の組  $(p, q)$  をすべてあげると、

$$(p, q) = (\boxed{\text{セ}}, \boxed{\text{ソ}}), (\boxed{\text{タチ}}, \boxed{\text{ツテ}}), (\boxed{\text{トナ}}, \boxed{\text{ニヌネ}})$$

である。ただし、 $\boxed{\text{セ}} < \boxed{\text{タチ}} < \boxed{\text{トナ}}$  とする。