

2015年第3問

3 次の関数 $f(x)$, $g(x)$ に対して、以下の問いに答えよ。ただし、 $\log x$ は e を底とする自然対数を表す。

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}, \quad g(x) = \log(x + \sqrt{x^2+1})$$

- (1) 極限值 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ をそれぞれ求めよ。
- (2) 導関数 $f'(x)$ を求め、関数 $f(x)$ の増減を調べよ。さらに、 $f(x)$ の最大値を求めよ。
- (3) 次の方程式がただ1つの実数解を持つような定数 m の条件を求めよ。

$$m\sqrt{x^2+1} = x+1$$

- (4) 導関数 $g'(x)$ を求めよ。さらに、 xy 平面上において、曲線 $y = f(x)$, x 軸および y 軸で囲まれた図形を D とする。図形 D の面積 S を求めよ。
- (5) 図形 D を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積 V を求めよ。