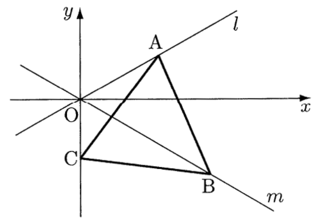
2013年 第4問

$\boxed{4}$ 座標平面上の2つの直線 ℓ, m を，それぞれ



$$\ell : y = \frac{1}{\sqrt{3}}x, \quad m : y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$$

とし，ℓ 上に点 $\mathrm{A}(\sqrt{3}s,\ s)$ を，m 上に点 $\mathrm{B}(\sqrt{3}t,\ -t)$ をとる．
ただし，$s > 0$，$t > 0$ とする．さらに，正三角形 ABC を，頂点 C が直線 AB に関して原点 O と同じ側になるように定める．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 点 O，A，B，C が同一円周上にあることを示し，点 C が y 軸上にあることを証明せよ．
(2) 点 C の y 座標を s，t の式で表せ．
(3) 点 $\mathrm{D}(X,\ Y)$ を，直線 AB に関して点 C と対称な点とする．このとき，X と Y をそれぞれ s，t の式で表せ．
(4) 線分 AB の長さを s，t の式で表せ．
(5) 点 A，B が線分 AB の長さを $\sqrt{3}$ に保ちながら動くとき，点 D の軌跡を求め，その概形を図示せよ．