

2016年第4問

4 関数

$$f(x) = \frac{\log x}{\sqrt{x}} \quad (x > 0)$$

に対して、曲線 $C: y = f(x)$ を考える。以下の問いに答えよ。ただし、 $\log x$ は e を底とする自然対数を表す。

- (1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。さらに、 $f(x)$ の最大値とそのときの x の値 x_0 を求めよ。
- (2) 曲線 C 、 x 軸および直線 $x = e$ で囲まれた図形を D とする。 D の面積 S を求めよ。
- (3) 図形 D を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。
- (4) 曲線 C 上の点 $(t, f(t))$ における接線 l を考える。 $t > x_0$ のとき、接線 l が x 軸、 y 軸と交わる点をそれぞれ P 、 Q とする。原点を O として、三角形 OPQ の面積 $g(t)$ を t の式で表せ。
- (5) 極限值 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{g(t)}{\sqrt{t} \log t}$ を求めよ。