

2010年工学域(中期)第1問

1 次の問いに答えよ。

(1) 次の関係式を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

(i) $a_1 = \frac{1}{4}, a_{n+1} = \frac{a_n}{3a_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

(ii) $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 3^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

(2) 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が

$$A^2 - 97A + 2010E = O$$

を満たすとき、 $a + d$, $ad - bc$ の値の組をすべて求めよ。ただし、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。(3) a を正の実数とすると、極限值

$$b = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^a + (n+2)^a + \dots + (n+n)^a}{1^a + 2^a + \dots + n^a}$$

を求めよ。