

2011年薬学部(前期)第2問

2 次の不等式を解きなさい。ただし  $a \neq 1$ ,  $a > 0$  とする。

$$2\log_a(2x+1) > \log_a(2x+7) + \log_a x$$

真数条件より,  $2x+1 > 0$  かつ  $2x+7 > 0$  かつ  $x > 0$ 

$$x > -\frac{1}{2} \text{ かつ } x > -\frac{7}{2} \text{ かつ } x > 0$$

$$\therefore x > 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{このとき, } \log_a \frac{(2x+1)^2}{(2x+7)x} > 0 \cdots \textcircled{2}$$

(i)  $0 < a < 1$  のとき.

$$\textcircled{2} \text{ より, } \frac{(2x+1)^2}{(2x+7)x} < 1$$

$$\textcircled{1} \text{ より, } (2x+7)x > 0 \text{ なので, } (2x+1)^2 < (2x+7)x$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 < 0$$

$$(x-1)(2x-1) < 0$$

$$\therefore \frac{1}{2} < x < 1 \quad \text{これは}\textcircled{1}\text{をみたす}$$

(ii)  $a > 1$  のとき

$$\textcircled{2} \text{ より, } \frac{(2x+1)^2}{(2x+7)x} > 1$$

$$\textcircled{1} \text{ より, } (2x+7)x > 0 \text{ なので, } (2x+1)^2 > (2x+7)x$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 > 0$$

$$(x-1)(2x-1) > 0$$

$$\therefore x < \frac{1}{2}, 1 < x \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{3} \text{ より, } 0 < x < \frac{1}{2}, 1 < x$$

(i), (ii) より.

$$\begin{cases} 0 < a < 1 \text{ のとき } \frac{1}{2} < x < 1 \\ a > 1 \text{ のとき } 0 < x < \frac{1}{2}, 1 < x \end{cases} \quad \text{——”}$$