



2016年文系第1問

1 整式  $P(x) = x^4 + x^3 + x - 1$  について、次の問いに答えよ。

- (1)  $i$  を虚数単位とするとき、 $P(i)$ 、 $P(-i)$  の値を求めよ。  
 (2) 方程式  $P(x) = 0$  の実数解を求めよ。  
 (3)  $Q(x)$  を 3次以下の整式とする。次の条件

$$Q(1) = P(1), \quad Q(-1) = P(-1),$$

$$Q(2) = P(2), \quad Q(-2) = P(-2)$$

をすべて満たす  $Q(x)$  を求めよ。

$$(1) P(i) = i^4 + i^3 + i - 1$$

$$= 1 - i + i - 1$$

$$= 0$$

$$P(-i) = (-i)^4 + (-i)^3 - i - 1$$

$$= 1 + i - i - 1$$

$$= 0$$

$$\therefore \underline{P(i) = P(-i) = 0}$$

(2) (1)より、 $P(x)$  は  $(x-i)(x+i) = x^2+1$  で

割り切れると分かる

$$\begin{array}{r} x^2+x-1 \\ x^2+1 \overline{) x^4+x^3+x-1} \\ \underline{x^4+x^2} \end{array}$$

$$x^3-x^2+x$$

$$\underline{x^3+x}$$

$$-x^2-1$$

$$\underline{-x^2-1}$$

$$0$$

$$\therefore P(x) = (x^2+1)(x^2+x-1)$$

$\therefore P(x) = 0$  の実数解は、

$$\underline{x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}}$$

(3)  $R(x) = P(x) - Q(x)$  とおくと、

$R(x)$  は (4次式) - (3次式) であるから

$R(x)$  は 4次式で、 $x^4$  の係数は 以下 1

与えられた条件より、

$$R(1) = R(-1) = R(2) = R(-2) = 0$$

$$\therefore R(x) = (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$$

$$= (x^2-1)(x^2-4)$$

$$= x^4 - 5x^2 + 4$$

$$\therefore Q(x) = P(x) - R(x)$$

$$= x^4 + x^3 + x - 1 - (x^4 - 5x^2 + 4)$$

$$= \underline{x^3 + 5x^2 + x - 5}$$