

2016年2期第3問



3 2次関数 $y = ax^2 - 2ax + b - 2$ のグラフを C とする。ただし、 a, b は定数とする。このとき、次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ。

(1) C が2点 $(-2, 1), (1, 4)$ を通るとき、

(1) それぞれ代入して、

$$a = -\frac{\boxed{22}}{\boxed{23}} \frac{1}{3}, \quad b = \frac{\boxed{24}}{\boxed{25}} \frac{17}{3}$$

$$\begin{cases} 1 = 4a + 4a + b - 2 \\ 4 = a - 2a + b - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a + b = 3 \\ -a + b = 6 \end{cases}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}, b = \frac{17}{3}$$

である。

(2) この関数の最大値が3であり、 C が点 $(-1, 1)$ を通るとき、

$$a = -\frac{\boxed{26}}{\boxed{27}} \frac{1}{2}, \quad b = \frac{\boxed{28}}{\boxed{29}} \frac{9}{2}$$

$$(2) y = a(x-1)^2 - a + b - 2$$

$$\therefore a < 0 \text{ かつ } -a + b - 2 = 3 \cdots \textcircled{1}$$

$$1 = a + 2a + b - 2 \quad \therefore 3a + b = 3 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } a = -\frac{1}{2}, \frac{9}{2}$$

である。

(3) C が x 軸と接し、点 $(3, 2)$ を通るとき、

$$a = \frac{\boxed{30}}{\boxed{31}} \frac{1}{2}, \quad b = \frac{\boxed{32}}{\boxed{33}} \frac{5}{2}$$

である。

(4) 区間 $0 \leq x \leq 4$ において、この関数の最大値が5、最小値が-2であるとき、

$$a = \frac{\boxed{34}}{\boxed{35}} \frac{7}{9}, \quad b = \frac{\boxed{36}}{\boxed{37}} \frac{7}{9}, \quad \text{または} \quad a = -\frac{\boxed{38}}{\boxed{39}} \frac{7}{9}, \quad b = \frac{\boxed{40}}{\boxed{41}} \frac{56}{9}$$

である。

(3) 判別式を D とすると、 $D/4 = a^2 - a(b-2) = 0$

$$\therefore a(a-b+2) = 0$$

$$a \neq 0 \text{ より, } a-b = -2 \cdots \textcircled{3}$$

$$2 = 9a - 6a + b - 2 \quad \therefore 3a + b = 4 \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ より, } a = \frac{1}{2}, b = \frac{5}{2}$$

(4) $y = a(x-1)^2 - a + b - 2$

← $a > 0$ のとき

$$\therefore \begin{cases} \text{最大値 } 16a - 8a + b - 2 = 5 \\ \text{最小値 } -a + b - 2 = -2 \end{cases}$$

$$\text{または}$$

← $a < 0$ のとき

$$\begin{cases} \text{最大値 } -a + b - 2 = 5 \\ \text{最小値 } 16a - 8a + b - 2 = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = \frac{7}{9}, b = \frac{7}{9} \quad \text{または} \quad a = -\frac{7}{9}, b = \frac{56}{9}$$