

2013年工・情報科学・社シス科学 第4問

4 Oを原点とする $xy$ 平面上に、放物線 $C: y = \frac{1}{4}x^2$ がある。点 $A(2, 8)$ を通る直線 $l: y = t(x-2) + 8$  (ただし、 $t$ は定数)と $C$ との2つの交点を結ぶ線分の中点を $M(X, Y)$ とすると、次の問いに答えよ。

- (1)  $C$ と $l$ との2つの交点の $x$ 座標を $\alpha, \beta$ とすると、 $\alpha + \beta = \boxed{\text{ア}}$   $t$ である。 $X, Y$ を $t$ を用いて表すと、  
 $X = \boxed{\text{イ}}$   $t, Y = \boxed{\text{ウ}}$   $t^2 - \boxed{\text{エ}}$   $t + \boxed{\text{オ}}$  である。
- (2)  $M$ が直線 $OA$ 上の点であるような $t$ の値は小さい方から順に  $\boxed{\text{カ}}$ ,  $\boxed{\text{キ}}$  である。
- (3)  $t$ が  $\boxed{\text{カ}}$  から  $\boxed{\text{キ}}$  まで変化するときの $M$ の軌跡は、放物線

$$D: y = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} x^2 - x + \boxed{\text{コ}}$$

の  $\boxed{\text{サ}} \leq x \leq \boxed{\text{シ}}$  の部分である。

- (4)  $\boxed{\text{カ}} \leq t \leq \boxed{\text{キ}}$  において、直線 $OM$ が $D$ に接するとき、 $X = \boxed{\text{ス}}$  である。また、 $t$ が  $\boxed{\text{カ}}$  から  $\boxed{\text{キ}}$  まで変化するとき、線分 $OM$ が通過する部分の面積は  $\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$  である。