

2013年工・情報科学・社シス科学 第4問

4 Oを原点とする xy 平面上に、放物線 $C: y = \frac{1}{4}x^2$ がある。点 $A(2, 8)$ を通る直線 $l: y = t(x-2) + 8$ (ただし、 t は定数)と C との2つの交点を結ぶ線分の midpoint を $M(X, Y)$ とすると、次の問いに答えよ。

- (1) C と l との2つの交点の x 座標を α, β とすると、 $\alpha + \beta = \boxed{\text{ア}}$ t である。 X, Y を t を用いて表すと、
 $X = \boxed{\text{イ}}$ $t, Y = \boxed{\text{ウ}}$ $t^2 - \boxed{\text{エ}}$ $t + \boxed{\text{オ}}$ である。
- (2) M が直線 OA 上の点であるような t の値は小さい方から順に $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$ である。
- (3) t が $\boxed{\text{カ}}$ から $\boxed{\text{キ}}$ まで変化するときの M の軌跡は、放物線

$$D: y = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} x^2 - x + \boxed{\text{コ}}$$

の $\boxed{\text{サ}} \leq x \leq \boxed{\text{シ}}$ の部分である。

- (4) $\boxed{\text{カ}} \leq t \leq \boxed{\text{キ}}$ において、直線 OM が D に接するとき、 $X = \boxed{\text{ス}}$ である。また、 t が $\boxed{\text{カ}}$ から $\boxed{\text{キ}}$ まで変化するとき、線分 OM が通過する部分の面積は $\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。