

2016年理系第4問

4 曲線 $y = \log x$ 上の点 $(p, \log p)$ における接線 l が点 $A(0, 1)$ を通る.

(1) p を求めなさい.

(2) $y = \log x$ が x 軸と交わる点を B とする. 直線 AB と l , および曲線 $y = \log x$ で囲まれた図形の面積を求めなさい.

(1) $y' = \frac{1}{x}$ より,

$$l: y = \frac{1}{p}(x-p) + \log p$$

これが点 A を通るので, $1 = -1 + \log p$

$$\therefore \log p = 2 \quad \therefore p = e^2$$

$$(2) S = \frac{1}{2} \cdot (1+2) \cdot e^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 - \int_1^{e^2} \log x \, dx$$

台形 直角三角形

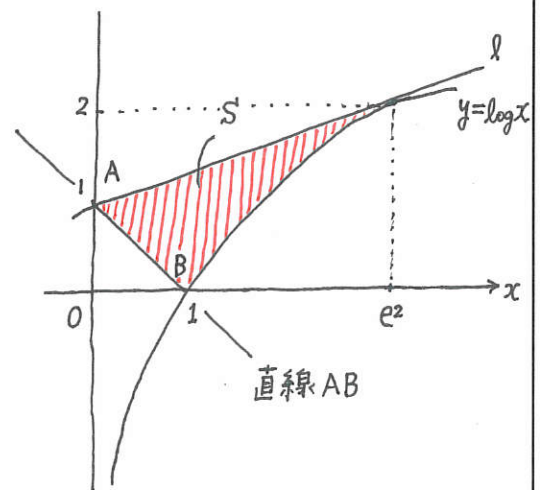
$$= \frac{3}{2}e^2 - \frac{1}{2} - \int_1^{e^2} (x)' \log x \, dx$$

$$= \frac{3}{2}e^2 - \frac{1}{2} - [x \log x]_1^{e^2} + \int_1^{e^2} dx$$

$$= \frac{3}{2}e^2 - \frac{1}{2} - e^2 \log e^2 + (e^2 - 1)$$

$$= \frac{3}{2}e^2 - \frac{1}{2} - 2e^2 + e^2 - 1$$

$$= \frac{1}{2}(e^2 - 3)$$



$S =$ 台形 直角三角形

