



2015年理学部（物・化・生・地）・薬・工・先進（物・電・ナ・画・情）第4問

4 0以上の整数 n に対して、整式 $T_n(x)$ を

$$T_0(x) = 1, \quad T_1(x) = x, \quad T_n(x) = 2xT_{n-1}(x) - T_{n-2}(x) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

で定める。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 0以上の任意の整数 n に対して

$$\cos(n\theta) = T_n(\cos\theta)$$

となることを示せ。

(2) 定積分

$$\int_{-1}^1 T_n(x) dx$$

の値を求めよ。