

2015年 教育学部 (算数・技術) 第1問

1 a を実数とする. x に関する方程式

$$|x^2 - 6x - |x - 6|| + x = a$$

の実数解の個数を求めよ.

$$f(x) = |x^2 - 6x - |x - 6|| + x \text{ とおくと,}$$

(i) $x \geq 6$ のとき

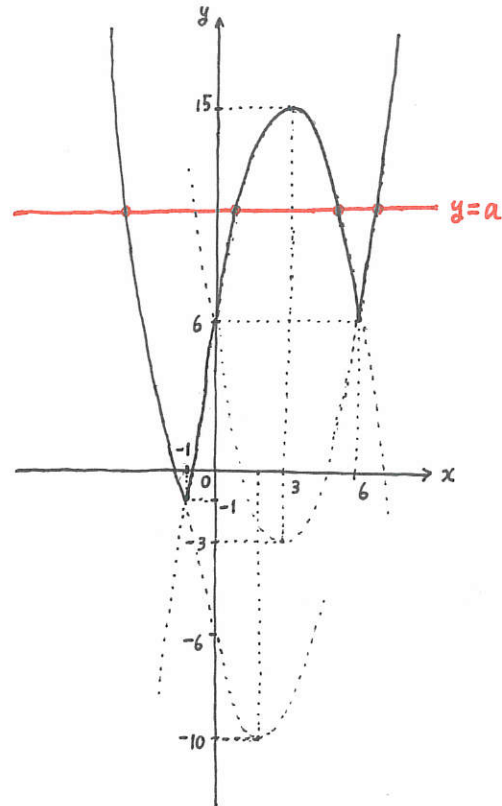
$$\begin{aligned} f(x) &= |x^2 - 7x + 6| + x \\ &= |(x-6)(x-1)| + x \\ &= x^2 - 6x + 6 \end{aligned}$$

(ii) $-1 \leq x < 6$ のとき

$$\begin{aligned} f(x) &= |x^2 - 5x - 6| + x \\ &= |(x-6)(x+1)| + x \\ &= -x^2 + 6x + 6 \end{aligned}$$

(iii) $x < -1$ のとき

$$\begin{aligned} f(x) &= |x^2 - 5x - 6| + x \\ &= |(x-6)(x+1)| + x \\ &= x^2 - 4x - 6 \end{aligned}$$

(i) ~ (iii) より, $y = f(x)$ のグラフは右上のようになるこれと, $y = a$ のグラフとの交点の個数を数えればよいから,

$$\begin{cases} 4 \text{ 個} & (6 < a < 15 \text{ のとき}) \\ 3 \text{ 個} & (a = 6, 15 \text{ のとき}) \\ 2 \text{ 個} & (-1 < a < 6, 15 < a \text{ のとき}) \\ 1 \text{ 個} & (a = -1 \text{ のとき}) \\ 0 \text{ 個} & (a < -1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

—— //