



2011年教育学部(算数・技術)第9問

9 r は $0 < r < 1$ を満たす実数とする. 座標平面上に1辺の長さが r^n の正方形 R_n ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) があり, その頂点を反時計回りに A_n, B_n, C_n, D_n とする. さらに R_n は次の条件 (i), (ii) を満たすとする.

(i) 正方形 R_0 の頂点は $A_0(0, 0), B_0(1, 0), C_0(1, 1), D_0(0, 1)$ である.

(ii) $A_{n+1} = C_n$ で, 点 D_{n+1} は辺 C_nD_n 上にある.

このとき以下の問いに答えよ.

(1) 点 A_2, A_3, A_4 の座標を r を用いて表せ.

(2) A_{4n} の座標を (x_n, y_n) ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) とおく. $x_{n+1} - x_n$ および $y_{n+1} - y_n$ を r, n の式で表せ.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ を r を用いて表せ.