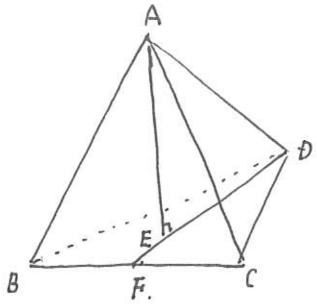
2012年 薬学部（前期） 第4問

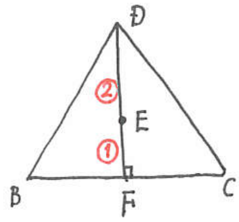
$\boxed{4}$ 一辺10 cmの正四面体ABCDがある．頂点Aから三角形BCDに下ろした垂線をAEとし，DEの延長が辺BCと交わった点をFとする．このとき次の値を求めなさい．

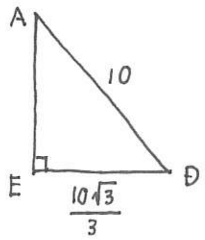
(1) 垂線AEの長さ

(2) cos∠AFDの値

(3) 正四面体の体積







(1) 図形の対称性から，

Eは△BCDの重心である．よってFは線分BCの中点である．

∴ 右図より，$DE = 5\sqrt{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

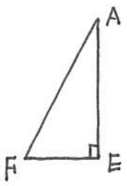
三平方の定理より，$AE^2 + DE^2 = AD^2$

$\therefore AE^2 = 10^2 - \left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\right)^2$

$= \frac{200}{3}$

$\therefore AE = \frac{10\sqrt{6}}{3}$ //

(2) △AFEを考えると，



$\cos\angle AFD = \cos\angle AFE = \frac{EF}{AF}$

$\therefore \cos\angle AFD = \frac{\frac{5}{3}\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ //

(3) $V = \frac{1}{3} \times \triangle BCD \times AE$

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin 60^\circ \times \frac{10\sqrt{6}}{3}$

$= \frac{250\sqrt{2}}{3}$ //