



2010年教育学部(算数・技術)第11問

11 $f(x)$ は実数全体で定義された関数とする。実数 a に関する条件 (P) を考える。

(P) 正の実数 r を十分小さく選べば、 $|x - a| < r$ をみたすすべての実数 x に対して $f(x) \leq f(a)$ が成り立つ。

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 実数 a が条件 (P) をみたし、かつ、 $f(x)$ が $x = a$ で微分可能ならば、 $f'(a) = 0$ であることを証明せよ。
- (2) 関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \begin{cases} |x| - x & (x < 1 \text{ のとき}) \\ |x^2 - 6x + 8| & (x \geq 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

で定義されているとき、条件 (P) をみたすような実数 a 全体の集合を決定せよ。

- (3) 一般に、実数全体で定義された関数 $f(x)$ に対し、次の命題は正しいか。正しいければ証明し、正しくなければ反例を挙げよ。

(命題) すべての実数 a が条件 (P) をみたすならば、 $f(x)$ は定数関数である。