

2016年工学部第3問

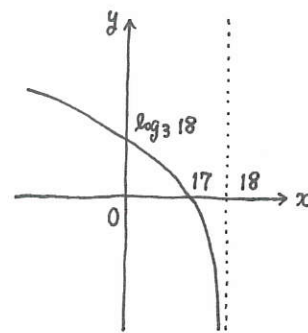


3 3つの関数 $f(x) = \log_3(18-x)$, $g(x) = \log_3(4x^2)$, $h(x) = \log_9(4x^4)$ について、次の問に答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ のグラフをかけ。
 (2) $0 < x < 2$ のとき, $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ の大小を比較せよ。
 (3) 関数 $y = f(x) - \frac{1}{2}g(x) + h(x)$ の $0 < x < 18$ における最大値とそのときの x を求めよ。

(1) $f(x) = \log_3\{-(x-18)\}$

$\therefore y = f(x)$ のグラフは、まず $y = \log_3 x$ のグラフを y 軸に関して対称移動し、さらに x 軸方向に $+18$ 平行移動したものである。よってグラフは右のようになる。



(2) $f(x) - g(x) = \log_3 \frac{18-x}{4x^2} > \log_3 \frac{18-2}{4 \cdot 2^2} = 0 \quad (\because 0 < x < 2 \text{ より})$

$$\begin{aligned} g(x) - h(x) &= \log_3(4x^2) - \frac{\log_3(4x^4)}{\log_3 9} \\ &= \log_3(4x^2) - \log_3(2x^2) \\ &= \log_3 2 \\ &> 0 \end{aligned}$$

以上より、 $h(x) < g(x) < f(x)$ //

(3) $y = \log_3(18-x) - \frac{1}{2}\log_3(4x^2) + \log_9(4x^4)$
 $= \log_3(18-x) - \log_3(2x) + \log_3(2x^2) \quad (\because 0 < x < 18 \text{ より})$
 $= \log_3 x(18-x)$
 $= \log_3\{-(x-9)^2 + 81\}$

\therefore 最大値は 4 ($x=9$ のとき) //