

2015年医学部第2問

2  $n$  を正の整数とする.  $2n\pi \leq x \leq (2n+1)\pi$  の範囲で関数  $f(x) = x \sin x$  を考える. 関数  $f(x)$  が極大値をとる  $x$  を  $a_n$  とし, 曲線  $y = f(x)$  の変曲点を  $(b_n, f(b_n))$  とする. 次の問いに答えよ.

- (1)  $a_n$  と  $b_n$  はそれぞれ唯1つあって,  $2n\pi < b_n < 2n\pi + \frac{\pi}{2} < a_n < (2n+1)\pi$  を満たすことを示せ.  
 (2) 以下の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - 2n\pi) \quad (2) \lim_{n \rightarrow \infty} (b_n - 2n\pi) \quad (3) \lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n)$$

- (3) 曲線  $y = f(x)$  ( $2n\pi \leq x \leq (2n+1)\pi$ ) と  $x$  軸とで囲まれた図形を, 3つの直線  $x = b_n$ ,  $x = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$ ,  $x = a_n$  によって4つの部分に分ける. その面積を左から順に  $S_1, S_2, S_3, S_4$  とするとき,  $(S_3 + S_4) - (S_1 + S_2)$  の値を求めよ.

- (4) 以下の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} S_1 \quad (2) \lim_{n \rightarrow \infty} S_3 \quad (3) \lim_{n \rightarrow \infty} (S_4 - S_2)$$