

2011年医学部第4問

4 $f(x) = \frac{1}{\cos x} - \tan x$ ($0 \leq x < \frac{\pi}{2}$) とする。次の問いに答えよ。

(1) $g(x)$ を $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ で連続で、 $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ では $g(x) = f(x)$ を満たす関数とする。

(a) $g\left(\frac{\pi}{2}\right)$ を求めよ。

(b) $g(x)$ の増加、減少を調べよ。

(c) $\int_0^x g(t) dt$ を求めよ。

(2) n を自然数とし、 c_n を $\int_{\frac{\pi}{2}-c_n}^{\frac{\pi}{2}} g(t) dt = \frac{1}{n} \int_0^{\frac{\pi}{2}} g(t) dt$ を満たす 0 と $\frac{\pi}{2}$ の間の数とする。次の極限を求めよ。

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} n(1 - \cos c_n)$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} c_n$