

2011年医学部第2問

2 平面上に正三角形でない鋭角三角形ABCが与えられている。辺BC, CA, ABの長さをそれぞれ a, b, c とし、 $s = \frac{a+b+c}{2}$ とおく。さらに、辺BC, CA, ABをそれぞれ $s-c : s-b, s-a : s-c, s-b : s-a$ に内分する点をX, Y, Zとする。また、Oを原点とする。次の問いに答えよ。

- (1) 点Nを $\overrightarrow{ON} = \frac{(s-a)\overrightarrow{OA} + (s-b)\overrightarrow{OB} + (s-c)\overrightarrow{OC}}{s}$ と定義するとき、3直線AX, BY, CZはNで交わることを示せ。
- (2) Pを△ABCの内部の点、△PBC, △PCA, △PABの面積をそれぞれ S_A, S_B, S_C とするとき、

$$\overrightarrow{OP} = \frac{S_A\overrightarrow{OA} + S_B\overrightarrow{OB} + S_C\overrightarrow{OC}}{S_A + S_B + S_C}$$

と表される。このことを用いて、△ABCの外心をQとするとき、 \overrightarrow{OQ} を $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, a, b, c$ を用いて表せ。

- (3) △ABCの重心をGとする。点NがQとGを通る直線上にあるとき、△ABCは2等辺三角形であることを示せ。