0002067092397999

小樽商科大学

2015年 商学部 第3問

$\boxed{3}$ 次の $\boxed{}$ の中を適当に補え.

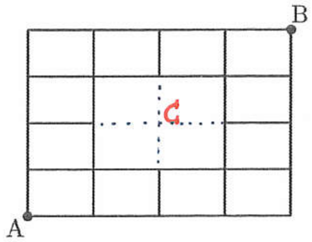
(1) 整数 $m \geqq 2015$ に対し,

$$\frac{1}{2^2-1}+\frac{1}{4^2-1}+\frac{1}{6^2-1}+\cdots+\frac{1}{(2m)^2-1}=\boxed{\text{ア}}$$

$\frac{m}{2m+1}$

(2) 下図のような道に沿って A 地点から B 地点まで進むとき，最短経路は何通りあるかを求めると $\boxed{\text{イ}}$ 通り.

34



(3) 中心が A$(1,\ 0)$ にある半径 r $(0<r<1)$ の円に原点 O から 2 本の接線を引く. それぞれの接点と中心 A と原点 O を頂点とする四角形の面積の最大値 M とそのときの r の値を求めると $(M,\ r)=\boxed{\text{ウ}}$.

$\left(\frac{1}{2},\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

(1) (与式) $= \frac{1}{(2-1)(2+1)}+\frac{1}{(4-1)(4+1)}+\frac{1}{(6-1)(6+1)}+\cdots+\frac{1}{(2m-1)(2m+1)}$

$= \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\cdots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2m-1}-\frac{1}{2m+1}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2m+1}\right)$

$= \frac{m}{2m+1}$ //

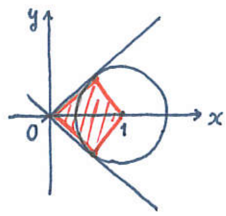
(2) 図の点線部分の交点をCとおく.

点線部分も通れるとすると.

最短経路は. ${}_8C_4 = 70$通り.

このうち. 点Cを通るのは. ${}_4C_2 \times {}_4C_2 = 36$通り

$\therefore$ $70-36 = 34$通り //



(3) 接点は

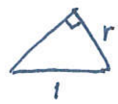
$(1+r\cos\theta,\ r\sin\theta)$

ただし, $0<r<1$, $\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{3}{2}\pi$

四角形の面積をSとおくと

$S = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot r\sin\theta\cdot 2$

$= r\sin\theta$ …①



三平方の定理より. $(1+r\cos\theta)^2+r^2\sin^2\theta+r^2=1^2$

$\therefore$ $2r\cos\theta+2r^2=0$

$2r(\cos\theta+r)=0$

$r>0$ より, $\cos\theta=-r$ …②

①② より, $S=-\frac{1}{2}\sin 2\theta$ $\therefore (M,r)=\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ //