

2013年理系第2問

2 座標平面上の点 $P(x, y)$ について、 $x = 4(1 - 2\sin^2\theta)$ 、 $y = 8\sin\theta\cos\theta$ とし、点 P を中心とする半径 1 の円 C を考える。以下の設問に答えよ。各設問とも、解答とともに導出過程も記述せよ。

- (1) $\theta = 0$ の場合、原点 O から円 C に 2 本の接線を引いたとき、この 2 本の接線のなす角を α とする。ただし、 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ とする。このときの $\tan \frac{\alpha}{2}$ と $\tan \alpha$ の値を求めよ。
- (2) 点 P の x 座標と y 座標を $\sin 2\theta$ または $\cos 2\theta$ を用いて表せ。
- (3) θ が $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、点 P の軌跡を求めよ。
- (4) 点 P が (3) で求められた軌跡をたどったとき、円 C が通過してできた図形の面積を求めよ。